

文章编号 1004-924X(2008)10-2014-06

# 基于 Daubechies 小波的 MRTD 在电磁散射中的应用

姜 宇, 于少鹏, 高红友

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**研究了时域多分辨分析法,并将其应用于分析目标的电磁散射中,进而说明它的优越性。采用具有紧支撑特性的 Daubechies 小波作为时域多分辨分析法的展开基函数,系统推导出了该算法严格的计算公式,分析其色散特性和广义完全匹配层吸收边界条件;然后,利用该算法分析介质球体的电磁散射;最后,仿真出该介质球体的二维和三维雷达散射截面,并将所得结果与其他电磁计算方法进行比较。仿真结果表明:在相同精度要求下,时域多分辨分析法不但具有更好的色散特性,而且采用的非均匀网格只有时域有限差分法的一半,计算速度提高了近 3 倍,计算机的存储空间和内存使用量也相对较少。实验分析表明,该方法在计算目标电磁散射方面也显示出了一定的优势。

**关键词:** Daubechies 小波; 时域多分辨分析法; 数值色散; 吸收边界条件; 电磁散射

**中图分类号:** O441.4; TP391 **文献标识码:** A

## Application of Daubechies-wavelet-based multiresolution time domain to electromagnetic scattering

JIANG Yu, YU Shao-peng, GAO Hong-you

(College of Information and Communication Engineering,  
Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The Multiresolution Time Domain (MRTD) is researched and utilized to research the electromagnetic scattering problems for illustrating its superiorities and advantages. By taking the Daubechies-wavelet with compact support as the basis, the strict calculation formula was derived to analyze its dispersion characteristic and the absorbing boundary condition of generalized perfectly matched layer (GPML). Then, this algorithm was used to analyze the electromagnetic scattering of a material sphere. Finally, the two-dimension and three-dimension radar scattering sections of the material sphere were simulated, and the result was compared with those of other electromagnetic algorithms. Comparison results show that MRTD not only has better dispersion characteristic, but also the irregular cells is only half that of Finite Difference Time Domain (FDTD), and the computing speed can be improved nearly 3 times as compared with the FDTD under the same precision requirement. Meanwhile, the utilization of memory and CPU is less. According to the analysis result, MRTD shows a certain superiority in analyzing the electromagnetic scattering problems.

**Key words:** Daubechies-wavelet; Multiresolution Time Domain (MRTD); numerical dispersion; absorbing boundary condition; electromagnetic scattering

收稿日期: 2008-02-13; 修订日期: 2008-04-08.

基金项目: 哈尔滨工程大学基础研究基金资助项目 (No. HEUFT06024); 哈尔滨市科技创新人才研究专项资金资助项目 (No. 2007RFQXG026)

# 1 引 言

在 20 世纪 90 年代,美国学者 Krumpolz 和 Katehi 首次提出时域多分辨分析法 (MRTD)<sup>[1]</sup>,该方法将电磁场用多分辨分析的尺度函数和小波函数作为基函数展开,并用伽辽金法对麦克斯韦方程进行离散,构成一种既与时域有限差分法有关又具有更深刻意义的时域方法,从而使复杂电磁场问题对计算机存储空间和 CPU 时间的要求降低了一个数量级。目前,该方法在计算波导结构、谐振腔体、电磁散射及辐射等方面得到了广泛的应用<sup>[2-3]</sup>。最初研究的 MRTD 是基于 Battle-Lemarie 小波的,由于它是非紧支撑的,导致计算时将涉及到更大范围内的更多场量,使得计算相对复杂,尤其给连接边界和吸收边界处的处理带来了困难。为了减少考虑的项数,人们采用紧支撑的小波函数作为展开基,进而简化计算。

本文提出了基于具有紧支撑 Daubechies 小波的时域多分辨分析法,对其色散特性、吸收边界条件等进行了理论分析,并利用该算法计算介质球体的二维和三维雷达散射截面。仿真结果表明,该算法与其他电磁算法相比,具有色散特性好、内存使用少、计算速度快等优势。

## 2 MRTD 算法

### 2.1 MRTD 公式推导

在均匀媒质中,麦克斯韦方程为<sup>[4]</sup>:

$$\begin{cases} -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} \\ \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} \end{cases} \quad (1)$$

将方程中的电场和磁场用 Daubechies 尺度函数做展开,进而得到如下方程:

$$\begin{cases} E_x(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{l+\frac{1}{2}, m, n}^{\varphi_x} h_k(t) \phi_{l+\frac{1}{2}}(x) \phi_m(y) \phi_n(z) \\ E_y(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{l, m+\frac{1}{2}, n}^{\varphi_y} h_k(t) \phi_l(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_n(z) \\ E_z(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{l, m, n+\frac{1}{2}}^{\varphi_z} h_k(t) \phi_l(x) \phi_m(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ H_x(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l, m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}^{\varphi_x} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_l(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ H_y(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l+\frac{1}{2}, m, n+\frac{1}{2}}^{\varphi_y} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_{l+\frac{1}{2}}(x) \phi_m(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ H_z(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l+\frac{1}{2}, m+\frac{1}{2}, n}^{\varphi_z} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_{l+\frac{1}{2}}(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_n(z) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} H_x(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l, m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}^{\varphi_x} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_l(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ H_y(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l+\frac{1}{2}, m, n+\frac{1}{2}}^{\varphi_y} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_{l+\frac{1}{2}}(x) \phi_m(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ H_z(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{l+\frac{1}{2}, m+\frac{1}{2}, n}^{\varphi_z} h_{k+\frac{1}{2}}(t) \phi_{l+\frac{1}{2}}(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_n(z) \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $E_{k,l,m,n}^{\varphi}$  和  $H_{k,l,m,n}^{\varphi}$  ( $s=x,y,z$ ) 为尺度函数的展开系数,  $k, l, m$  和  $n$  分别是时间和空间离散点编号, 表示为  $t = k\Delta t, x = l\Delta x, y = m\Delta y$  和  $z = n\Delta z, \Delta t$  和  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  分别是时间步长和空间步长。

Daubechies 小波具有多阶消失矩, 其尺度函数具有紧支撑性, 采用它作为 MRTD 的基函数可使得展开系数减少, 结构简单, 运算方便, 图 1 所示即为具有二阶消失矩的 Daubechies 尺度函数<sup>[5]</sup>。

将式(2)、(3)带入式(1)中, 采用伽辽金法, 并利用小波函数的以下积分特性<sup>[6]</sup>:

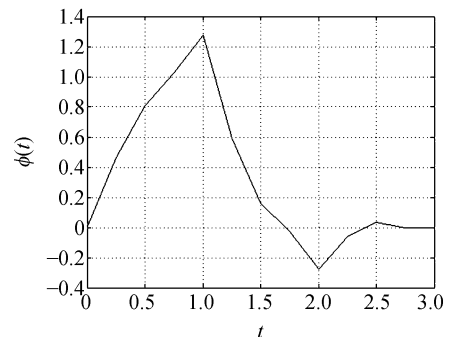


图 1 具有二阶消失矩的 Daubechies 尺度函数  
Fig. 1 Daubechies scaling function with 2-vanishing moment

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_m(x)h_m'(x)dx = \delta_{mm'} \Delta x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_m(x) \frac{\partial h_{m'+\frac{1}{2}}(x)}{\partial x} dx = \delta_{mm'} - \delta_{m(m'+1)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_m(x) \frac{\partial \varphi_{m'+\frac{1}{2}}(x)}{\partial x} dx =$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |\hat{\varphi}(\omega)|^2 \omega \sin\left(m' - m + \frac{1}{2}\right) \omega d\omega =$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} a(i) \delta_{(m+i)m'}$$

因此可以推出在  $((i + 1/2) \Delta x, j \Delta y, k \Delta z,$

$n \Delta t)$  处的总电场为:

$$E_x((i + 1/2) \Delta x, j \Delta y, k \Delta z, n \Delta t) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_x(\mathbf{r}, t) \delta\left(\frac{x}{\Delta x} - i - 1/2\right) \times$$

$$\delta\left(\frac{y}{\Delta y} - j\right) \delta\left(\frac{z}{\Delta z} - k\right) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) dx dy dz dt =$$

$${}^n E_{i+\frac{1}{2},j,k}^x$$

由此可见总场值就是在该点的采样值,进而可以推导出基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 方程如下:

$$\left\{ \begin{aligned} &{}_{k+1} E_{l+\frac{1}{2},m,n}^x = {}_k E_{l+\frac{1}{2},m,n}^x + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[ \frac{1}{\Delta y} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m+i+\frac{1}{2},n}^z - \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m,n+i+\frac{1}{2}}^y \right] \\ &{}_{k+1} E_{l,m+\frac{1}{2},n}^y = {}_k E_{l,m+\frac{1}{2},n}^y + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[ \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l,m+\frac{1}{2},n+i+\frac{1}{2}}^x - \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+i+\frac{1}{2},m+\frac{1}{2},n}^z \right] \\ &{}_{k+1} E_{l,m,n+\frac{1}{2}}^z = {}_k E_{l,m,n+\frac{1}{2}}^z + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[ \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^y - \frac{1}{\Delta y} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_{k+\frac{1}{2}} H_{l,m+i+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^x \right] \\ &{}_{k+\frac{1}{2}} H_{l,m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^x = {}_{k-\frac{1}{2}} H_{l,m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^x + \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l,m+\frac{1}{2},n+i+1}^y - \frac{1}{\Delta y} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l,m+i+1,n+\frac{1}{2}}^z \right] \\ &{}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^y = {}_{k-\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^y + \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l+i+1,m+\frac{1}{2},n}^z - \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l+\frac{1}{2},m,n+i+1}^x \right] \\ &{}_{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m+\frac{1}{2},n}^z = {}_{k-\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2},m+\frac{1}{2},n}^z + \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{1}{\Delta y} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l+\frac{1}{2},m+i+1,n}^x - \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=-3}^2 a(i) {}_k E_{l+i+1,m+\frac{1}{2},n}^y \right] \end{aligned} \right. \quad (4)$$

### 2.2 数值色散特性

分析数值色散问题的基本方法是把单色平面波的一般形式代入差分方程,从而导出频率与时间和空间步长之间的关系,亦即数值色散关系<sup>[7]</sup>。为了使问题简单明了,下面只讨论二维空间中的 TM 波,且假定计算空间中的媒质是均匀、无耗、非磁性的。

在二维空间中,对于任意一个单色平面波均可表示为<sup>[8]</sup>:

$$\begin{cases} E_z^n(i, j) = E_z \exp[j(k_x i \Delta x + k_y i \Delta y - \omega n \Delta t)] \\ H_x^n(i, j) = H_x \exp[j(k_x i \Delta x + k_y i \Delta y - \omega n \Delta t)] \\ H_y^n(i, j) = H_y \exp[j(k_x i \Delta x + k_y i \Delta y - \omega n \Delta t)] \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $E_z, H_x$  和  $H_y$  为常数,  $\omega$  为角频率,将(5)式代入(2)式中,整理后可得

$$\left(\frac{1}{v \Delta t} \sin\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right)\right)^2 = \left[\frac{1}{\Delta x} \sum_{i=0}^n a(i) \sin k_x \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta x\right]^2 +$$

$$\left[\frac{1}{\Delta y} \sum_{j=0}^n a(j) \sin k_y \left(j + \frac{1}{2}\right) \Delta y\right]^2 \quad (6)$$

由(6)式可以看出, MRTD 的数值色散与其所采用的时间步长、空间步长、波动频率及传播方向有关。图 2 即为 MRTD 的色散特性图,其中  $X = k_x \Delta x, v = \omega \Delta t, \Delta x = \Delta y = \delta$ ,由此可以看出该方法具有较好的线性,在采用网格数较少时仍能保持良好的精度。

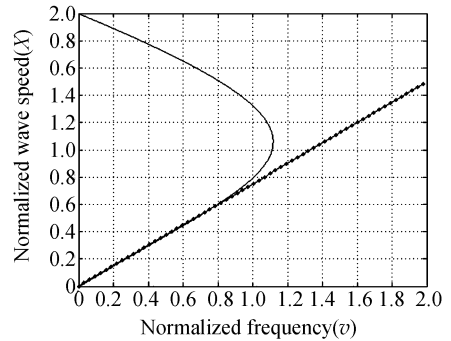


图 2 MRTD 色散特性图

Fig. 2 Dispersion diagram for MRTD

### 2.3 吸收边界条件

下面将模仿 FDTD 分裂场形式的 GPML 边

界条件<sup>[9]</sup>来分析 MRTD 的吸收边界条件。

以  $E_x$  分量为例,将其分裂为两部分  $E_{xy}$  和  $E_{xz}$ ,分别为沿  $y$  和  $z$  轴方向的传播分量,则麦克斯韦方程变换为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \epsilon \frac{\partial E_{xy}}{s_0 \partial t} + (\sigma + \sigma_y) E_{xy} + \frac{\sigma_y}{\epsilon} E_{xy} \int dt = \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \epsilon \frac{\partial E_{xz}}{s_0 \partial t} + (\sigma + \sigma_z) E_{xz} + \frac{\sigma_z}{\epsilon} E_{xz} \int dt = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \end{cases} \quad (7)$$

则相应的 MRTD 差分方程为:

$$\begin{cases} [E_{xy}]_{i,j,k}^{n+1} = \alpha_{xy} [E_{xy}]_{i,j,k}^n + \beta_{xy} (C_1 [H_z]_{i,j,k}^n - C_2 [H_z]_{i,j-1,k}^n) - s_0 \frac{\sigma_y}{\epsilon} E_{xy}^n \\ [E_{xz}]_{i,j,k}^{n+1} = \alpha_{xz} [E_{xz}]_{i,j,k}^n + \beta_{xz} (D_1 [H_y]_{i,j,k}^n - D_2 [H_y]_{i,j-1,k}^n) - s_0 \frac{\sigma_z}{\epsilon} E_{xz}^n \end{cases} \quad (8)$$

其中,系数  $\alpha_v$  和  $\beta_v$  (下标  $v$  为  $xy$  或  $xz$ ),矩阵  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $D_1$  和  $D_2$  分别如下:

$$\alpha_v = \frac{1}{s_0} \exp\left[-\frac{(\sigma + \sigma_v)\Delta t}{\epsilon}\right], \beta_v = \frac{1 - \exp\left[-\frac{(\sigma + \sigma_v)\Delta t}{\epsilon}\right]}{\sigma \Delta x}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

其它电场和磁场分量的迭代公式也可以通过相同方法得出相似结论,采用 GPML 边界条件能够得到很好的吸收效果。

### 3 数值计算结果

为了验证该方法的有效性,下面采用平面波入射到一个介质球,研究分析其散射情况。在本课题中,利用双稳态发生器产生稳态平面波,其频率范围为 1~1 000 MHz,频率稳定度为  $2 \times 10^{-3}$  Hz。实验表明,对大多数聚乙烯材料的介质球体,其介质损耗与趋肤效应引起的导体损耗相比是可以忽略的。该介质球的几何模型如图 3 所示,其中半径  $r=0.01$  m,介质电参数为  $\epsilon_r=4$ ,

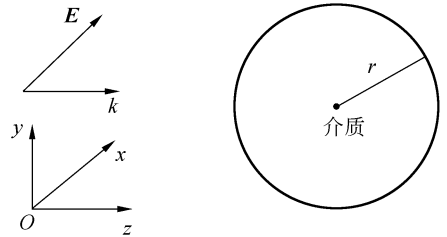


图 3 介质球几何模型

Fig. 3 Geometric model of material sphere

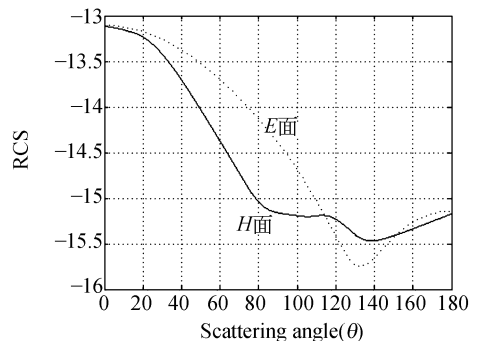


图 4 二维散射截面

Fig. 4 2-D scattering section

$\sigma=0$  S/m,  $\mu_r=1$ , 入射波波长为  $\lambda=0.03$  m, 入射波入射方位角为  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ , 极化角为  $\alpha=0^\circ$ , 波源设置在左边界上, 利用本文所讨论的 GPML 作为吸收边界, 采用 MRTD 空间网格大小为  $\delta=0.02$  m。

当平面波入射达到稳态的总计算步数为 800 时间步, 可以得到如图 4 和 5 所示的二维和三维散射截面图。

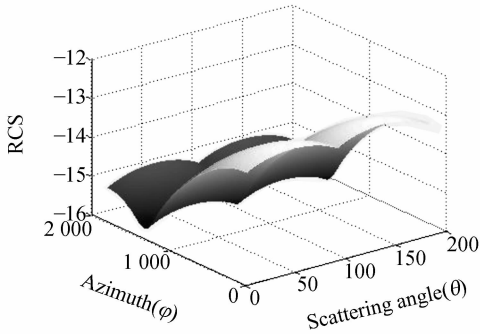


图 5 三维散射截面

Fig. 5 3-D scattering section

表 1 采用 FDTD 和 MRTD 计算结果对比

Tab. 1 Comparison of results using FDTD and MRTD

分析方法	网格数目	时间步长/s	时间步数	误差
FDTD	100×80×16 (均匀)	0.433 25	3 850	0.492%
MRTD	49×39×8 (非均匀)	0.676 94	728	0.533%

由以上二图的仿真结果和表 1 可以看出, 基于 Daubechies 小波的 MRTD 在网格密度远低于 FDTD 的情况下, 计算时间减少了近 1/3, 而且它还能保持良好的色散特性, 与此同时, 采用分裂形式的 GPML 吸收边界条件也具有很好的吸收效果。

## 4 结 论

本文将具有紧支撑的 Daubechies 小波作为时域多分辨分析法(MRTD)的基函数进行展开, 通过分析其色散特性、吸收边界等理论, 显示了该算法与其它小波基算法相比的优越性。利用它分析介质球体的散射情况, 展示了 MRTD 的高线性色散特性, 相对于 FDTD 电磁算法, 它可以采用非均匀网格, 并且仅需要 1/2 的网格数量, 同时还 将计算速度提高了近 3 倍, 而且对计算机的存储空间和内存使用量的要求也相对较少, 该算法在计算大尺寸和复杂目标时具有很强的优势。由此可见, MRTD 具有空间网格数目较少, 网格划分灵活, 降低计算机存储空间和处理时间等诸多优点, 是计算电磁学中强有力的方法, 有着广阔的发展前景和空间。

## 参考文献:

- [1] KRUMPHOLZ M, KATEHI L. MRTD: new time-domain schemes based on multiresolution analysis[J]. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1996, 44(4): 555-571.
- [2] FUJII M, HOEFER W. A three-dimensional Haar-wavelet-based multiresolution analysis similar to the FDTD method—derivation and application[J]. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1998, 46(12): 2463-2475.
- [3] DOGARU T, CARIN L. Application of Haar-wavelet-based multiresolution time-domain schemes to electromagnetic scattering problems[J]. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 2002, 50(6): 774-784.
- [4] 王秉中. 计算电磁学[M]. 北京: 科学出版社, 2002.  
WANG B ZH. *Computational Electromagnetics*[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)
- [5] 胡广书. 现代信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
HU G SH. *Modern Signal Process Course*[M]. Beijing: Qinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [6] 曹群生. 任意形状目标的多分辨分析时域(MRTD)散射特性分析[J]. *南京航空航天大学学报*, 2006, 38(6): 655-659.  
CAO Q SH. Scattering analysis for arbitrary target RCS using multiresolution time-domain (MRTD) scheme[J].

*Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2006, 38(6): 655-659. (in Chinese)

- [7] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005.  
GE D B, YAN Y B. *Electromagnetic Finite Difference Time Domain*[M]. Xi'an: Xi'an University of Electronics and Science Press, 2005. (in Chinese)
- [8] 马良, 程引会, 周辉. 有耗介质完全匹配层在时域多分辨分析中的应用[J]. *强激光与粒子束*, 2006, 18(3): 435-438.  
MA L, CHENG Y H, ZHOU H. Generalized perfectly matched layer in lossy media using multiresolution time domain[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, 18(3): 435-438. (in Chinese)
- [9] ALIGHANBARI A, SARRIS C D. Dispersion properties and applications of the Coifman scaling function based S-MRTD[J]. *IEEE Trans. Antenna Propagation*, 2006, 54(8): 2316-2325.
- [10] SHLAGER K L, SCHNEIDER J B. Comparison of the dispersion properties of higher order FDTD schemes and equivalent-sized MRTD schemes[J]. *IEEE Trans. Antenna Propagation*, 2004, 52(4): 1095-1104.

作者简介:姜宇(1974—),女,黑龙江哈尔滨人,副教授,硕士生导师,主要研究方向为宽带微波网络技术。E-mail: globe-ly@yahoo.com.cn

## ● 下期预告

# 数字化微喷射用直列微喷嘴制作工艺

张晓乐,侯丽雅,章维一

(南京理工大学 微系统研究室,江苏 南京 210094)

采用玻璃微管道拉制工艺制作的单孔微喷嘴存在着容易脆断,微管道长度不易控制,微喷射效率低等问题,为此设计了一种新的微喷嘴制作工艺。该工艺延续了微喷嘴拉制工艺中非 IC 工艺和低成本的制作特点,仍以低流阻的圆截面为喷口形状,通过材料流变运动和冷却时收缩率不同将多根微管道紧密嵌入到塑料管中;通过毛细腐蚀作用,制作出变内径的锥形管,同时也达到了控制微喷管长度的目的。制作了内径  $50\ \mu\text{m}$  的 4 孔微喷嘴和 10 孔微喷嘴,锥管长为  $750\ \mu\text{m}$ ,微喷管长  $2.5\ \text{mm}$ 。使用制作的微喷嘴在微流体数字化驱动平台上进行了水性液体在油相和气相中的微喷射实验,制备了  $80\ \mu\text{m}$  的微滴和微滴阵列。实验表明该工艺制作的直列微喷嘴可以在微流体数字化驱动下实现较好的数字化微喷射效果。